BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Manusia dan Pengambilan Keputusan

Setiap detik, setiap saat, manusia selalu dihadapkan dengan masalah pengambilan keputusan baik yang maha penting maupun yang sepele. Bagaimanapun sepelenya suatu masalah pengambilan keputusan, otak manusia tetap melakukan suatu proses tertentu sampai didapatkan sebuah keputusan pasti. Benar tidaknya atau baik tidaknya suatu keputusan akan sangat bergantung pada bagaimana seorang individu mendayagunakan otaknya dan sejauh mana si individu mengerti suatu permasalahan.

Pada dasarnya, otak manusia terbagi atas dua bagian : otak kanan dan otak kiri. Otak kanan mencakup hal-hal yang berkaitan dengan perasaan manusia, pengalaman, naluri atau insting dan hal-hal yang berkaitan dengan emosi dan perasaan manusia. Sedangkan otak kiri manusia mencakup hal-hal yang sifatnya logis dan dapat dijelaskan dengan bukti yang kuat. Dalam proses pengambilan keputusan, pada umumnya banyak digunakan kombinasi dari otak kiri dan kanan meskipun tidak dapat disangkal adanya kemungkinan bahwa hanya salah satu bagian otak yang berperan. Proses pengambilan keputusan dalam otak manusia pada dasarnya adalah memilih suatu aleternatif dari sekian banyak alternatif berdasarkan sejumlah kriteria dari suatu permasalahan.

Karena permasalahan di dunia nyata semakin kompleks dan makin sukar dibayangkan oleh otak manusia maka para ahli mulai mengembangkan metode-metode yang dapat mempermudah dan menambah keakuratan dalam pengambilan keputusan. Metode-metode itu kemudian lebih dikenal dengan sebutan model pengambilan keputusan.

2.2. Matriks

Pengertian Matriks

Di dalam mencari hubungan antara variabel-variabel baik di dalam ilmu ekonomi maupun di dalam ilmu lainnya, sering harus dipecahkan suatu persoalan yang terdiri lebih dari dua persamaan. Bahkan di negara maju, terutama di dalam penggunaan alat berhitung otomatis yang modern (computer), tidak jarang di dalam menentukan model ekonominya harus memecahkan suatu sistem persamaan yang terdiri dari puluhan persamaan dengan ratusan varibel-variabel yang harus dicari nilainya, sehingga dengan demikian harus dihitung pula nilai-nilai parameter (koefisien-koefisien) yang juga ratusan jumlahnya.

Matriks pada dasarnya merupakan alat yang ampuh untuk mendapatkan pemecahan persoalan-persoalan tersebut diatas dan memudahkan dalam pembuatan analisa-analisa yang mencakup hubungan antara variabel-variabel. Itulah sebagian kecil alasan-alasan mengapa harus mempelajari matriks. . (Lucy Indrawati,SSi: 1997 : 1-2)

Dari gambaran diatas dapat ditarik kesimpulan bahwa *Matriks* terdiri dari susunan berbentuk siku empat elemen-elemen yang dinyatakan oleh sebuah lambang tunggal. matriks Seperti dilukiskan dalam gambar dibawah, [A] adalah cara penulisan pendek untuk matriks dan a_{ij} menunjukkan *elemen* matriks.

Himpunan elemen yang mendatar disebut *baris* dan himpunan tegak disebut *kolom*. Tikalas pertama i selalu menunjuk nomor baris tempat elemen itu terletak. Tikalas kedua j selalu menunjuk kolom. Misalnya, elemen a_{23} berada dibaris 2 dan kolom 3.

Matriks dalam gambar dibawah mempunyai *m* baris dan *n* kolom dan dikatakan *berukuran m* kali *n* (atau m x n), dan diacu sebagai matriks *m*-kali-*n*.

$$\begin{array}{ccc} & \text{Kolom 3} & \\ [A] \;=\; & \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} & \text{Baris 2} \end{array}$$

Gambar 2.1. matriks *berukuran m* kali *n* (atau m x n)

Matriks-matriks dengan $m = n$ disebut *matriks bujur sangkar*, yaitu matriks yang mempunyai baris dan kolom sama banyak. Misalnya, matriks 4-kali-4 adalah :

$$[A] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

Gambar 2.2. matriks *bujur sangkar*

Diagonal terdiri atas elemen-elemen a_{11}, a_{22}, a_{33} dan a_{44} diberi istilah *diagonal utama* matriks.

Matriks bujur sangkar secara khas penting pada waktu menyelesaian sistem-sistem persamaan linear. Untuk sistem-sistem demikian, banyaknya persamaan (berhubungan dengan baris-baris) dan banyaknya bilangan anu (berhubungan dengan kolom-kolom) harus sama agar memungkinkan untuk penyelesaian unik. Akibatya, matriks-matriks koefisien bujur sangkar dijumpai pada waktu berhadapan dengan sistem-sistem demikian.

2.3. Persamaan Linier

Pengertian Persamaan Linier.

Hal terpenting dalam matematika adalah menyelesaikan sistem persamaan linier. Dengan menggunakan metode yang ada pada matematika modern, memungkinkan kita untuk menyelesaikan masalah yang rumit dan mereduksinya ke dalam sistem persamaan linier tunggal. Sistem persamaan linier muncul dalam ilmu terapan seperti pada bisnis, ekonomi, sosiologi, ekologi, elektro, teknik dan fisika.

Persamaan Linier adalah teori matematis dimana strategi dasarnya adalah mengalikan persamaan dengan konstanta agar salah satu bilangan anu (unknown) akan tereliminasi bilamana dua persamaan digabungkan. Hasilnya adalah satu persamaan yang dapat dipecahkan untuk bilangan anu yang tinggal. Kemudian nilai ini dapat disubstitusikan ke salah satu persamaan semula untuk menghitung peubah lainnya. Persamaan linier dalam beberapa variabel dalah persamaan dalam bentuk polinom yang variabelnya berderajat satu atau nol dan tidak terjadi perkalian antara variabelnya. Sebuah persamaan linier dalam *n* variabel yang tidak diketahui adalah persamaan dalam bentuk

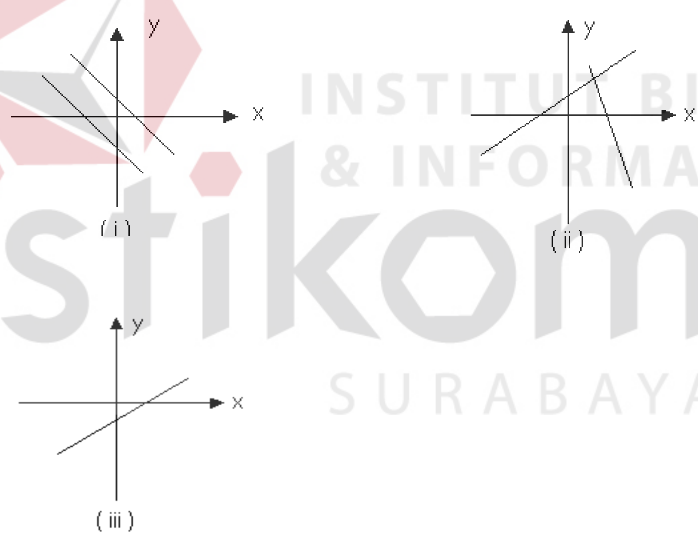
$$a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n = b$$

dimana $a_1, a_2, \ldots, a_n$ dan b adalah bilangan real dan $x_1, x_2, \ldots, x_n$ adalah variabel.

Sebuah sistem persamaan linier dari *m* persamaan dalam *n* variabel tidak diketahui berbentuk

$$
\begin{aligned}
a_{11}x_1 \quad + \quad a_{12}x_2 \quad + \quad \cdots \quad + \quad a_{1n}x_n \quad &= \quad b_1 \\
a_{21}x_1 \quad + \quad a_{22}x_2 \quad + \quad \cdots \quad + \quad a_{2n}x_n \quad &= \quad b_2 \\
\vdots \\
a_{m1}x_1 \quad + \quad a_{m2}x_2 \quad + \quad \cdots \quad + \quad a_{mn}x_n \quad &= \quad bm
\end{aligned}
$$

dimana a_{ij} dan b_1 adalah bilangan real. Sistem persamaan linier diatas adalah sistem linier mxn. Sebuah sistem persamaan linier yang tidak mempunyai pemecahan dikatakan **tak konsisten**. Jika sekurang-kurangnya ada satu pemecahan, maka dikatakan **konsisten**.



Gambar 2.4. garis potongan pada sistem persamaan linier

Dua garis pada sistem (i) adalah paralel, maka sistem (i) tak konsisten, dan himpunan penyelesaiannya adalah nol (0). Pada sistem (ii) dua garis berpotongan pada satu titik, maka sistem (ii) mempunyai satu penyelesaian. Dua persamaan pada sistem (iii) keduanya menggambarkan garis yang sama. Setiap titik pada garis tersebut merupakan penyelesaian sistem. Berikut ini salah satu contoh sistem persamaan linier :

$$x_1 + 2x_2 = 7$$

$$2x_1 + x_2 = 8$$

(Lucy Indrawati, SSi: 1997 : 43-45)

2.4. Teori Iterasi Gauss-Seidel

2.4.1. Pengertian Iterasi.

Iterasi adalah suatu metode perbaikan solusi dengan melakukan pengulangan sampai solusi yang diharapkan tercapai. Pada dasarnya metode iterasi tidak menghasilkan jawaban yang benar tetapi menghasilkan beberapa hampiran yang besarnya kesalahan dapat kita kontrol. Dimulai dengan taksiran awal $x^{(0)}$, kemudian kita menghasilkan taksiran yang lebih baik $x^{(1)}$, $x^{(2)}$, … Proses dapat kita hentikan apabila nilai dari selisih $x^{(k)}$ dengan $x^{(k+1)}$ cukup kecil yaitu apabila nilai dari iterasi terakhir dengan nilai dari iterasi sebelumnya adalah sama atau hampir sama.(Wono Setya Budhi:1995:409).

Beberapa kelebihan yang dimiliki oleh teknik iterasi jika dibandingkan dengan teknik eliminasi adalah:

1. Bila dalam usaha pemecahan soal dengan iterasi digunakan n^2 iterasi, maka dengan cara lain (eliminasi) digunakan n^3. Jadi cara iterasi lebih pendek dibandingkan dengan eliminasi, yakni selisihnya n iterasi.
2. Pada umumnya kesalahan pembulatan lebih kecil.

2.4.2. Pengertian Iterasi Gauss-Seidel

Iterasi Gauss-Seidel adalah teknik, iterasi sederhana, mudah, cepat dan dapat diprogramkan dalam komputer serta konvergen (yang menghasilkan suatu jawaban) hanya pada syarat tertentu. .(Harijono Djojodihardjo Dr. Ir.:1983:201)

Setiap metode atau teori pasti mempunyai kelebihan maupun kekurangan. Demikian halnya dengan Metode Iterasi Gauss-Seidel. Berikut ini merupakan beberapa kelebihan dan kekurangan dari Iterasi Gauss-Seidel:

Kelebihan yang dimiliki oleh Metode Iterasi Gauss-Seidel adalah:

- Penggunaaan memory komputer lebih hemat jika matriks yang dipertanyakan sangat besar dan sangat jarang (yakni, kebanyakan elemen-elemennya adalah nol). Ini berarti adanya investasi awal dalam pengembangan perangkat lunak, keuntungan jangka panjangnya sangat signifikan bilamana menangani sistem-sistem besar untuk mana harus dilaksanakan banyak simulasi.
- Proses iterasi lebih cepat jika dibandingkan dengan metode iterasi yang lain (misalkan iterasi Jacobi).

sedangkan kekurangan yang dimiliki Metode Iterasi Gauss-Seidel adalah:

- Proses iterasi lambat, terutama untuk persamaan linier serentak berordo tinggi.
- Kadang-kadang tidak konvergen.
- Hanya bisa diselesaikan apabila matriksnya adalah matriks bujur sangkar (matriks yang mempunyai baris dan kolom sama banyak).

2.4.3. Kriteria Kekonvergenan Untuk Metode Iterasi Gauss-Seidel

Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya, bahwa Metode Iterasi Gauss-Seidel adalah konvergen (yang menghasilkan suatu jawaban) hanya pada syarat tertentu. Sedangkan syarat cukup untuk kekonvergenan algoritma Gauss-Seidel untuk persamaan:

$$
\begin{aligned}
X_1 &= \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 - \cdots - a_{1n}x_n) \\
X_2 &= \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1 - a_{23}x_3 - \cdots - a_{2n}x_n) \\
X_3 &= \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_1 - a_{32}x_2 - \cdots - a_{3n}x_n) \\
X_n &= \frac{1}{a_{nn}}(b_n - a_{n1}x_2 - a_{n2}x_2 - \cdots - a_{n,n-1}x_{n-1})
\end{aligned}
$$

Gambar 2.5. Persamaan Awal

Adalah:

$$|a_{ii}| > \sum_{j=1}^{n} |a_{ij}| \text{ , j} \neq \text{i}$$

(Syarat cukup kekonvergenan Metode Gauss-Siedel)

Keterangan :

penjumlahan diambil dari j = 1 sampai dengan n, dengan mengecualikan j = i dimana , i = 1,2,3,...n, yaitu, koefisien diagonal (Diagonal Utama) dalam masing-masing persamaan haruslah lebih besar daripada jumlah nilai-nilai mutlak koefisien-koefisien lainnya dalam persamaan itu atau elemen diagonal harus lebih besar daripada jumlah dari elemen bukan diagonal untuk masing-masing baris. Kriteria ini untuk kekonvergenan mencukupi tetapi tidak perlu. Yaitu, sekalipun metodenya kadang-kadang dapat berjalan walaupun syarat tersebut diatas tidak dipenuhi, kekonvergenan dijamin jika persyaratan itu dipenuhi. Sistem-sistem yang memenuhi syarat tersebut disebut *dominan secara diagonal*.(Steven C. Chapra, Raymond P. Canale:1991:236).

2.4.4. Cara Kerja.

Misalkan terdapat persamaan umum seperti dibawah ini :

$$\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = bm \end{array}$$

Gambar 2.6. Persamaan Umum

Persamaan diatas jika dihubungkan antara proses produksi pada PT. Eterindo Nusa Graha dengan metode iterasi Gauss- Seidel adalah :

a = *variabel input*, yaitu besar kecilnya faktor-faktor yang akan mempengaruhi produk yang dimiliki oleh masing-masing produk pada tiap-tiap persamaan.

x = *variabel keputusan*, yaitu nama-nama produk yang akan diproduksi. Sedangkan Produk adalah setiap apa saja yang bisa ditawarkan di pasar untuk mendapatkan perhatian, permintaan, pemakaian atau konsumsi yang dapat memenuhi keinginan atau kebutuhan.

b = *pembatas,* yaitu kendala yang harus dihadapi, dimana besarnya jumlah semua variabel input (a) tidak boleh melebihi batas akhir (b) pada tiap-tiap persamaan.

Mengenai cara kerjanya, metode iterasi Gauss-Seidel sangat berbeda dengan cara kerja metode yang lain (misalnya Metode Iterasi Jacobi). Pada metode iterasi Jacobi. Cara kerjanya adalah nilai variabel yang sudah diperoleh pada suatu iterasi tidak langsung dipakai dalam iterasi berikutnya. Sebagai contoh, nilai variabel x_1 pada baris kedua, ketiga dan seterusnya adalah nilai dari variabel yang diperoleh dari iterasi sebelumnya. Skema dari metode Jacobi dapat dituliskan sebagai berikut :

$$
\begin{aligned}
X_1^{baru} &= \frac{1}{a_{11}}\left(b_1 - a_{12}x_2^{lama} - a_{13}x_3^{lama} - \cdots - a_{1n}x_n^{lama}\right) \\
X_2^{baru} &= \frac{1}{a_{22}}\left(b_2 - a_{21}x_1^{lama} - a_{23}x_3^{lama} - \cdots - a_{2n}x_n^{lama}\right) \\
&\vdots \\
X_n^{baru} &= \frac{1}{a_{nn}}\left(b_n - a_{n1}x_2^{lama} - a_{n2}x_2^{lama} - \cdots - a_{n,\,n-1}x_{n-1}^{lama}\right)
\end{aligned}
$$

Gambar 2.7. Skema Metode Iterasi Jacobi

Hal ini tidak berlaku pada Metode Iterasi Gauss-Seidel, secara garis besar, cara kerja metode iterasi Gauss-Seidel dapat kita gambarkan, bahwa metode ini mempergunakan nilai variabel yang diperoleh langsung dipakai pada baris berikutnya. Dari penjelasan singkat diatas, maka dapat kita berikan gambaran, bahwa skema dari metode iterasi Gauss-Seidel adalah sebagai berikut :

$$X_1^{baru} = \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2^{lama} - a_{13}x_3^{lama} - \cdots - a_{1n}x_n^{lama})$$

$$X_2^{baru} = \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1^{baru} - a_{23}x_3^{lama} - \cdots - a_{2n}x_n^{lama})$$

$$\vdots$$

$$X_n^{baru} = \frac{1}{a_{nn}}(b_n - a_{n1}x_2^{baru} - a_{n2}x_2^{baru} - \cdots - a_{n,n-1}x_{n-1}^{baru})$$

Gambar 2.8. Skema Metode Iterasi Gauss-Seidel

(Wono Setya Budhi:1995:411)

2.4.5. Cara Penyelesaian Persoalan.

Dari gambar 1 (Persamaan Umum), dapat kita uraikan menjadi beberapa langkah yang harus dilalui untuk menyelesaikan setiap persoalan dalam Metode Iterasi Gauss-Seidel. Langkah – langkah tersebut adalah :

Langkah Pertama : Mengubah bentuk persamaan umum diatas menjadi:

$$X_1 = \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 - \cdots - a_{1n}x_n)$$

$$X_2 = \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1 - a_{23}x_3 - \cdots - a_{2n}x_n)$$

$$X_3 = \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_1 - a_{32}x_2 - \cdots - a_{3n}x_n)$$

$$X_n = \frac{1}{a_{nn}}(b_n - a_{n1}x_2 - a_{n2}x_2 - \cdots - a_{n,n-1}x_{n-1})$$

Langkah Kedua : Menganggap $x_2 = x_3 = x_4 = \ldots = x_n = 0$, dan dengan substitusi ke persamaan, akan didapat :

$$X_1 = b_1 / a_{11}$$

Hasil dari X_1 tersebut disubstitusikan kembali untuk mencari X_2 pada persamaan, dimana $X_3, X_4, \ldots, X_n$ masih sama dengan nol, akan didapat :

$$X_2 = \frac{1}{a_{22}} (b_2 - a_{21}x_1)$$

demikian seterusnya sampai didapat nilai x_n , dan selesailah sudah perhitungan pada putaran pertama.

Langkah Ketiga : hasil dari putaran pertama disubstitusikan kembali pada persamaan menghasilkan perhitungan putaran kedua, ketiga, keempat ….., dan seterusnya, sehingga akhirnya semua iterasi akan dihentikan setelah ternyata hasil dari putaran terakhir sama atau hampir sama dengan hasil dari putaran sebelumnya.

Misalkan terdapat persamaan:

$$\begin{aligned} 27x + 6y - z &= 85 \\ 6x + 15y + 2z &= 72 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (1) \\ x + y + 54z &= 110 \end{aligned}$$

<u>Penyelesaian</u>:

Sebelum menyelesaikan persamaan diatas, maka kita harus melihat bentuk persamaannya apakah persamaan tesebut memenuhi syarat cukup untuk kekonvergenan. Sekarang kita lakukan pengecekan untuk masing-masing baris. Untuk baris ke-1 ($27x + 6y - z = 85$), elemen diagonalnya adalah angka 27 sebagai (a_{11}) sedangkan elemen bukan diagonal adalah angka 6 sebagai (a_{12}) dan angka 1 sebagai (a_{13}), dan syarat kekonvergenan adalah elemen diagonal harus lebih besar dari elemen lain yang bukan diagonal. Untuk baris ke-2 ($6x + 15y +

2z = 72), elemen diagonalnya adalah angka 15 sebagai (a_{22}) sedangkan elemen bukan diagonal adalah angka 6 sebagai (a_{21}) dan angka 2 sebagai (a_{23}) dan dapat jelaskan, bahwa 15 > 6 + 2. Untuk baris ke-3 (x + y + 54z = 110), elemen diagonalnya adalah angka 54 sebagai (a_{33}) sedangkan elemen bukan diagonal adalah angka 1 sebagai (a_{31}) dan angka 1 sebagai (a_{32}) dan dapat jelaskan, bahwa 54 > 1 + 1. Hal ini berarti sudah memenuhi syarat kekonvergenan. Karena sudah memenuhi syarat kekonvergenan, selanjutnya kita selesaikan persoalan diatas sesuai dengan langkah-langkah penyelesaian untuk Metode Iterasi Gauss-Seidel, dengan cara:

Dari bentuk (1) dapat dirubah menjadi bentuk:

x = (85 - 6y + z)/27 …………….(2a)

y = (72 - 6x - 2z)/15 …………...(2b)

z = (110 - x - y)/54 ..…………….(2c)

kita mulai dengan y = 0 dan z = 0 dalam (2a) terdapat:

x1 = 85/27 = 3.15

substitusi x = 3.15, z = 0 dalam (2b), terdapat

y1 = (72 - 18.90)/15 = 3.54

selanjutnya x = 3.15 dan y = 3.54, dimasukkan ke

z1 = (110 - 3.15 - 3.54)/54 = 1.91

, maka selesailah sudah untuk iterasi pertama, kemudian dilanjutkan dengan iterasi kedua, yaitu :

Untuk iterasi yang kedua :

x2 = (85 - 21.24 + 1.91) / 27 = 2.43

y2 = (72 - 14.58 - 3.82) / 15 = 3.57

z2 = (110 - 2.43 - 3.57) / 54 = 1.926

Dengan melanjutkan persoalan diatas dan mencatat hasil-hasil iterasi berikut :

Tabel 2.1. Hasil iterasi

Iterasi	x	y	z
Ke - 1	3.15	3.54	1.91
Ke - 2	2.43	3.57	1.926
Ke - 3	2.423	3.574	1.926
Ke - 4	***2.425***	***3.573***	***1.926***
Ke - 5	***2.425***	***3.573***	***1.926***

Karena hasil pada iterasi ke-5 sama dengan iterasi ke-4, maka proses dihentikan dan hasil akhir dari penyelesaian persamaan-serentak diatas adalah:

x = 2.425; y = 3.753; x = 1.926

(Soehardjo:1985:44-46)

2.4.6. Perbaikan Kekonvergenan Memakai Relaksasi.

Relaksasi menyajikan modifikasi yang sedikit dari Metode Gauss-Seidel dan dirancang untuk mempercepat kekonvergenan. Adapun caranya adalah setelah tiap nilai baru x dihitung dengan memakai persamaan

$$X_1 = \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 - \cdots - a_{1n}x_n)$$

$$X_2 = \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1 - a_{23}x_3 - \cdots - a_{2n}x_n)$$

$$X_3 = \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_1 - a_{32}x_2 - \cdots - a_{3n}x_n)$$

$$X_n = \frac{1}{a_{nn}}(b_n - a_{n1}x_2 - a_{n2}x_2 - \cdots - a_{n,n-1}x_{n-1})$$

, nilai tersebut dimodifikasi dengan rata-rata berbobot dari hasil-hasil iterasi sebelumnya dan yang sekarang:

$$X_i^{baru} = \lambda\, x_i^{baru} + (1-\lambda)\, x_i^{lama}$$

dimana λ adalah factor pembobotan yang diberi suatu nilai antara 0 dan 2.

Jika λ = 1, (1 - λ) sama dengan nol dan hasil itu tidak dimodifikasi. Namun, jika diberi suatu nilai antara 0 dan 1, maka hasil tersebut merupakan rata-rata berbobot dari hasil-hasil yang sekarang dan sebelumnya. Modifikasi jenis ini disebut *relaksasi bawah* (under relaxation). Pilihan ini secara khas diterapkan untuk membuat suatu system yang tidak konvergen menjadi konvergen.

Untuk nilai λ mulai 1 sampai 2, bobot ekstra ditempatkan pada nilai yang sekarang. Dalam hal ini, terdapat asumsi implicit bahwa nilai yang baru bergerak kearah yang benar menuju ke penyelesaian sejati tetapi pada laju yang agak lambat. Jadi, tambahan bobot λ dimaksudkan untuk memperbaiki taksiran dengan mendorongya lebih mendekati kebenaran. Oleh karena itu, modifikasi jenis ini yang dinamakan *relaksasi atas* (over relaxation) dirancang untuk mempercepat kekonvergenan dari system yang memang sudah konvergen.

Pemilihan nilai λ yang cocok sangat tergantung pada masalahnya dan seringkali ditentukan dengan cara coba-coba. Untuk penyelesaian tunggal dari suatu himpunan persamaan hal ini seringkali tidak perlu. Namun, jika system yang sedang dikaji harus dipecahkan secara berulang-ulang, efisiensi yang diajukan dengan pemilihan yang bijaksana dapat menjadi sangat penting. (Steven C. Chapra, Raymond P. Canale:1991:236-237).